

\*\*\*\*\*

## Collatz

\*\*\*\*\*

### 第1章 プロジェクトの概要

#### 1. プロジェクトの名称 / 目的

プロジェクトの名称に関しては、数学者：Lothar Collatz にちなむ。特に深い意味があるわけではないが、彼が提唱した Collatz の数列という問題によって、団体の代表が数学を好きになったことから、この活動を通して数学を好きになってくれる人が一人でも増えることを願って名付けた。

プロジェクトの活動も目的を、対象者別に分けて三つある。一つ目は生涯学習としてのツールである。現在、Youtube などでは数学をはじめとして様々な企業や個人が勉強の解説動画を上げている。それらのほとんどは受験のテクニックなどに重点を置いたものばかりであり、数学的な思考を楽しむというよりパズルを楽しむといったニュアンスが強い。その中でも、純粋に数学を学べるようなツールを作成し、公開するといったのが一つの目的である。

二つ目は、小学校、中学校、高校に通っている生徒に向けてのツールである。学校現場では時間や制約などが多く、教えることができないような、「数学のお作法」を学べるようなツールの作成を目的としている。公式を単に説明し、適用するのではなく、またよく言われているように「公式を証明できる」ようになろうということに目的を置くのではなく、「数学する」という言葉の意味に立ち返って、学んでいけるようなツールの開発である。それはよく、「高校数学」が算数であるというふうな表現を受けてしまう理由を考え、どうにか、その部分を、対象者が学んでいる内容の中から「数学」へと昇華しようという試みである。

最後は、理系大学生をはじめとして数学の専門的な内容の単位を取得しなければならない（数学が苦手な）方に向けてのツールである。大学で学ぶ数学には、それまで学んできた学校数学と大きなギャップがある。それに加えて、大学内でも時間の制限等の問題もあり、大学生が自学自習と授業の中で、「求められる」数学力を身につけるのはかなり困難な状況になってきていると言える。現に学校教員を目指す本学の数学の免許取得に必要な授業を見ても、それらを自学自習で学ぶのにはかなり難しいものがある。全国で同じような状況に陥っている学生に向けて、授業では説明しないようなところ、教科書を見ても「自明」として証明されていないような内容を細かく掘り下げて、説明し内容をまとめるようなツールの開発が目的である。

#### 2. 代表者および構成員

##### ・代表者

氏名 松田 凌 専攻 数学 回生 2

##### ・構成員

氏名 足立 琴美 専攻 数学 回生 2

氏名 小沢 佑太 専攻 数学 回生 2

氏名 小田切 翔 専攻 数学 回生 2

氏名 内藤 大暉 専攻 数学 回生 2

氏名 中村 晶 専攻 数学 回生 2

指名 鉾山 航大 専攻 数学 回生 2

#### 3. 助言教員

氏名 大竹 博巳（学科）数学科

### 第2章 内容や実施経過

#### 1. 活動の経過の概要

活動を行う中で、もっとも中心的になったのは、大学生に向けた動画であった。それは、そもそも、大学生に向けた動画を撮影する際に、勉強会という形で自主ゼミを開催していたためである。勉強会の需要に応じていった結果、ほとんどそれで活動が埋まってしまった状況だった。

勉強会兼撮影は、前期 / 後期共に週二回であり、前期は共に二回生に向けて、後期は二回生と一回生

向けがそれぞれ一回ずつということになった。したがって、大学生向けの動画が一年間でおおよそ 200 本近く作成した。途中から、この大学生向けの動画を用いて、内容を生涯学習にも用いる事が出来るような形に工夫していった。

小・中・高の動画の作成に関しては、かなり難しかった。それは、すでに既存のコンテンツが存在していることや、「どのようにすれば、見てもらえる動画であり、数学のお作法を学べるような動画にできるのか」という点が今年一年間の活動で答えが出なかったからである。「お作法」を学ぶのに、どのような形式がいいか相談した結果、議論の様子そのものを見せるのが良いであろうということになった。すなわち、数学的な思考が身につく過程を、いくつかの登場人物を用いて動画にすることを考えた。

まとめておくと、動画は計 208 本作成した。タイトルをまとめると、それぞれ次の通り。

### 1. 解析学

微分の基礎 / ロルの定理からテイラー展開 / 距離の性質の確認と連続性の確認 / 解析学序論 1 / 問題演習 / 最大値と上限の性質 / 多変数の連続関数 / 合成関数の微分法 / 多変数合成関数の微分法 / 微分と極値 一変数&多変数 / 偏微分の応用とテイラー展開 / 陰関数定理と lagrange の乗数法 / 積分の定義 / 積分の性質 / 重積分の性質 / 類似積分

### 2. 幾何学

素朴集合論 / 写像入門 / 自然数の構成 / 自然数の構成とその和 / 実数の構成 収束と Cauchy 列 / 数列の収束の実践 / 濃度 ~ 有限集合 ~ / 濃度 ~ 無限集合 ~ / 連続関数の定義 / 距離について / 距離空間 / コンパクト / 点列コンパクト・全有界・完備 / 問題演習 /  $\mathbb{Q}$  の位相 完備と点列コンパクト / 位相空間入門 / 位相空間の近傍と開核作用素 / 閉集合系と位相を定める公理系 / 位相空間上の連続関数 / 近傍系の他の公理

### 3. 代数学

線形代数のイメージ part 1 / 線形代数のイメージ part 2 / 行列の事始め / ブロック行列 / 行列・線形

写像 / 基本行列の考え方 / 基本変形と標準形 / 行列による連立方程式 / 一次方程式系が作る線形空間 / 問題演習 / ベクトル空間

### 4. 学校数学

複素数と二次方程式 / 共役な複素数解 / 因数定理 part 1 / 因数定理 part 2

それぞれ、15 分ほどに区切っていて、一つのタイトルでおおよそ五本ほどの連作で動画が作られている。また、現在、編集が終わっていない動画も六タイトルほどある。

整理されていない動画が多いが、一応自分たちでまとめたサイトがあるので、その URL を乗せておく。

<https://collatz3105168421.wixsite.com/collatz-mac>

最後に、活動の一環として、夏休みに行った外部講師をお招きしての講演会についてまとめておく。講師は、本校の非常勤講師をなされている嶺山涼介先生で、内容は「バナッハ・タルスキーのパラドックス」である。この内容は、講師の先生とも話し合い、「学校現場で使えるような不思議な数学的内容」という観点で選んだ。この内容のおおまかな議論をまとめると、「ある実在する物体は、特殊な切り方を加えて、組み合わせを施すと二つになる」というものである。よくあるたとえ話としては、「そら豆を無限に切り分けると太陽と同じ大きさになる」というものである。ドラえもののひみつ道具で、「バイバイン」と呼ばれるものがある。それは、その粉を振り掛けると、栗饅頭が 2 個ずつに分かれて増え続けるというものである。数学的には、実はそれが可能、というのがこの話の流れである。実際に、その証明も含めて、夏休みの講演会ではやってもらったのだが、少し難しかったものの、数学の難しさを感じられるとともに、数学の不思議さを感じられる時間であった。今回は、時間がなかったが、後々、この内容も動画でまとめたいと思っている。

### 第3章 結果や成果など

この活動全体を通して、いくつかわかったことがある。

まず、動画による授業の有効性とその問題点である。動画による授業では、動画を見ている本人の都合で授業を進められるということだ。今回の活動では、実際に受講者として同期や一回生の子達が受けてくれていたので、アンケートを実施した。その中では、動画については、自分のペースで見られるのがとてもいいというふうな意見があった。また、板書が見辛いというのは、以前から指摘されていたので、画質をあげることに加えて、「講義録」という形で、資料を作成することで解決した。講義録に関しては、活動の報告の一環として、提出しておく。

問題点は、「考える時間を取れないこと」である。つまり、動画を見ている視聴者の視点に立てば、次々と進んでしまうため、結局、目指している数学の深みや面白さを伝えられずにいるということである。この点については、まだまだ考えなければならぬと感じている。

次に、人形劇を用いた動画に関して、作成にかなり手間取ることと、編集が大変なこともあり、なかなか今の人手や機材では限界があると感じている。

最後に、動画の現時点での再生回数を載せておく。また、実施したアンケートの結果は、最後に掲載しておく。

総再生回数 4700回

総再生時間 17,569分(1/16, 17:00時点)

### 第4章 まとめと反省、今後の展望など

まず、反省点としては、計画していた内容の半分ほどしか実行に移せなかったという点である。実際問題として、目の前に数学の単位を取るのに、苦し

んでいる同級生や後輩たちに、手を差し伸べるので背一杯であったことは事実である。ただし、彼らのおかげで、動画の撮り方や撮影に関しても多数のアドバイスを入れてくれたので、感謝している。

今後の課題としては、さらに動画の本数を増やしていくことを考える。京都教育大学生だけでなく、全国的に見ても、こういったコンテンツを必要としている人たちがいることや、生涯学習として数学が注目されていることがわかった。それらを把握した上で、ニーズに応えていきたい。

次なる目標として考えているのは、「サイエンスカフェ」の運営である。海外では、かなり注目されている活動であり、割と一般的な活動である。しかしながら、残念なことに、日本ではあまり注目されていない。また、京都でもいくつかサイエンスカフェを運営しているところはあるが、コーディネーターが大学教員や、研究者であることが多く、かなり専門性の高いものになってしまっている。そうではなく、日常に溢れる数学を身近に感じられるような、素朴なところから始める数学を体験できるサイエンスカフェには、需要があるだろうし、それを京都教育大学の学生が運営することに意義があると思う。