

第3学年数学科学習指導案

指導者（数学領域専攻）〇〇〇〇

（指導担当教員〇〇〇〇）

1. 日 時 平成19年11月8日(木曜) 第5限(13:20~14:10)

2. 学級・組 第3学年3組 計34名

3. 場 所 第3学年3組 教室

4. 単元名 図形と相似

5. 単元の目標

(数学への関心・意欲・態度)

- ・相似な図形に関心を持ち、三角形の相似条件や相似な図形の性質を使って、図形の性質を明らかにしようとする。

(数学的な見方や考え方)

- ・三角形の相似をもとにして、三角形と比、中点連結定理、平行線と線分の比などの性質を見出せることに気づく。

(数学的な技能)

- ・三角形と比、中点連結定理、平行線と線分の比などの性質を活用することができる。

(数量や図形などについての知識・理解)

- ・図形の拡大、縮小を通して、相似な図形の意味とその性質を理解する。

6. 単元について

①教材観

本単元で扱われる相似の概念は日常生活に活かされている場面が多い。地図や設計図に代表されるように、相似の概念である拡大図・縮図は我々の生活の中で必要なものである。また、コピー機やデジタルカメラ、コンピュータの普及により、写真等を拡大・縮小することも身近に経験できるようになっている。そこで、これらを正しく活用できるように、拡大・縮小の概念を理解し、相似な関係について考える能力や態度を養う学習は重要であるといえる。

本単元の系統性に着目すると、まず「図形」領域の学習として小学校では、基本的な図形の名称、図形の構成要素等に着目し、直観的に扱われてきた。中学校の「図形」領域の系統性は、第1学年において、平面図形や空間図形が扱われる。「平面図形」の学習内容は、いろいろな図形について、観察、操作、実験などを通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、同時に、基礎的な知識・技能を修得して、それらを活用することが求められるものである。第2学年では、三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめるという形で図形の合同を学習し、図形の性質を演繹的に考察することが扱われる。ここでは、論理的な能力を身につけるといふねらいがある。そして第3学年では、本単元である「図形と相似」と「三平方の定理」が扱われる。これらの学習では、平行線と線分の比についての性質や三平方の定理を見出し、それらを活用することが求められる。特に、「図形と相似」では、三角形の相似の概念をもとに平面図形の性質がより深く扱われる。つまり、中学1年の内容は論証指導の準備的側面を持ち、第2学年で扱われる図形の合同から第3学年の相似へと発展させ、図形の性質の考察を深めるといふ系統性が存在する。さらに、本単元「図形と相似」は、次の単元である「三平方の定理」につながり、そして高校において、数学I

の「三角比」、また数学 A の「平面幾何」へと発展する。

このような系統性を踏まえると、本単元「図形と相似」の学習は、これまで学習した内容をもとに、様々な図形の性質について推論し、論理的に考察する能力を伸ばすために適切な題材である。そこで、三角形の相似条件を用いて三角形や平行線と比に関する図形の性質を中心に論理的に確かめ、数学的な推論の方法について理解を深めることがねらいとされる。また、学習指導要領の第 3 学年の図形領域には「相似の考えを活用できること」とある。このように相似の概念を用いると、直接に測定できない部分の高さや距離を、相似な図形を利用し求めるなど、身のまわりの中に相似を活用している場面を見出すことができる。したがって、この単元では、実生活で数学が活用されていることよさを理解させることを通して、数学のもつ有用性について理解を深めることも求められているといえる。

②生徒観

生徒は第 1 学年において、平面図形や空間図形について観察、操作や実験を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察する基礎を学習してきている。また、第 2 学年において、基本的な平面図形の性質について、観察、操作や実験を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の意義と方法を理解し、証明を的確に表現する能力を養ってきている。そして、第 3 学年において、これまで学習した三角形の合同条件と対比させながら、図形の相似や三平方の定理について、観察、操作や実験を通して理解し、それらを使って図形の性質を考察する能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす学習を行う。

現在の日本の教育における「図形」の領域は、数学の 4 領域の中では、「数と式」に比べ扱いが少ないため、必然的に生徒にとっては繰り返し練習する機会が不足し、多くの生徒が苦手意識を持つ傾向にある。本クラスにおいても、休み時間に「図形が嫌い」と訴えてくる生徒が多い。また、図形領域の中でも特に、三角形の合同や相似の証明問題を苦手としている生徒が多い。実際に「証明の問題を解けない」、「証明が出てきたらもう嫌だ」をする生徒もいる。これらの原因は、生徒が証明に見通しを持っていないことであろう。

③指導観

指導にあたっては、拡大・縮小といった作図や身のまわりにある相似な図形を考えることを通して相似な図形の性質を理解させていきたい。生徒が実際に縮図から長さを求める活動のような、実生活の中で数学のよさを体感させることで図形の性質の理解を深めさせることができると考える。また、証明において、それまで学習した内容が証明の根拠として必要となってくるが、それまでの学習内容を忘れている生徒がいることが考えられるため、学習した内容の必要な根拠となることから毎時間復習し、指導を進めていきたい。また論理的な思考力を育成するために、結論を導くために何を根拠にすればよいかを繰り返し問いながら根拠を積み上げることで、図形の性質において論理的に表現する能力を伸ばすことができると考える。その際、証明を仮定から結論にたどる思考のみではなく、結論から仮定へさかのぼる思考を取り入れるなど、証明に見通しを持たせる指導を行う。特に学力の低位の生徒に対しては、証明の見通し(道筋)をモデル図で示してから、証明の記述に入るといった段階を踏んだ指導を行う。

7. 指導計画(全 15 時間)

- ・相似な図形 (全 9 時間)
 - 第一次 拡大, 縮小と相似 ……4 時間
 - 第二次 三角形の相似条件 ……2 時間
 - 第三次 三角形の相似条件の利用 ……3 時間
- ・平行線と線分の比 (全 5 時間)
 - 第四次 三角形と比 ……2 時間 (本時 2/2)
 - 第五次 中点連結定理 ……1 時間
 - 第六次 平行線と線分の比 ……2 時間
- ・まとめ (全 1 時間)
 - 第七次 学習のまとめ ……1 時間

8. 本時の学習

(1) 本時の目標

- ・三角形の 1 辺に平行な直線をひくとできる線分について関心を持ち, それらの比について調べようとする。(数学への関心・意欲・態度)
- ・三角形の相似をもとにして, 三角形の比についての定理を見出すことができる。(数学的な見方や考え方)
- ・三角形と比の定理①,②,②'を使い分け, 線分の長さを求めることができる。(数学的な表現・処理)
- ・三角形と比の定理の内容について正しく説明できる程度に理解している。(知識・理解)

(2) 本時について

① 教材観

本時の教材は, 平行線と線分の比についての定理 1, 2 (定理 1: $PQ//BC$ ならば $AQ:AC=PQ:BC$ が成り立つ, 定理 2: $PQ//BC$ ならば, $AP:PB=AQ:QC$ が成り立つ (いずれも, $\triangle ABC$ で, 辺 AB, BC 上に, それぞれ, 点 P, Q があるときに成り立つ。(教科書 p.106)) を活用し, 見慣れない図形においてもこれまでの知識が使える形に変え, 証明を進めることが求められる教材である。また得られた知識から定理 2': $a:a'=b:b'$ (教科書 p.107) を見出すことが求められる。本時まで学習した定理 1, 2 に本時で学習した定理 2' を加えて 3 つの定理をどのような場面で活用できるのかを学習する。また効率よく問題を解決していくためにはどのような場面でどの定理を活用することが最適であるのかという判断が重要となる教材である。見慣れない図形に対しても, これまでに学習した定理を工夫して使おうとする視点が大切となる学習である。

② 生徒観

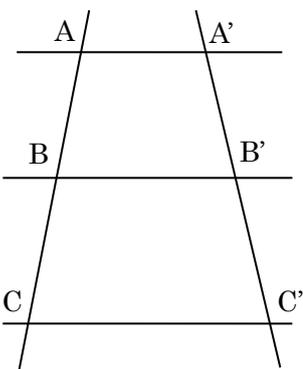
本時の証明において, 前時と同様に平行四辺形の性質を根拠とした証明が登場するが, 生徒の中には忘れていたものがあることが予測される。また, 本クラスの生徒の中には, 証明自体に苦手意識を持っているものもある。さらに, 定理 1, 2, 2' を活用する場面においては, 生徒がこれらを混同してしまうことが考えられる。問題場面によっては, 普段見慣れない図形に対して, どのように定理を活用したらよいか分らず, つまづく生徒もいることが予想できる。

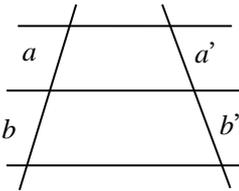
③ 指導観

生徒観で見られるような問題を打開するために、証明指導にあたって、まず本時で必要となることから、これまでに学習した内容を復習する。また証明に入る前に、モデル図を用いて、見通しを持つという段階を踏まえた指導を行う。定理の活用の指導においては、どの場面で、どの定理を用いているのかを繰り返し問い、指導を進めることで生徒の混同を解消できるように指導していく。本時においては、普段見慣れない図形も登場するため、これまでの知識を活用するにはどうしたら良いだろうかという視点を生徒自身に持たせ、指導を進めていきたい。

(3) 本時の展開

○主なる指示・発問 ■評価

区分	学習活動と内容 (予想される生徒の反応)	指導上の留意点・支援・評価 (教師の活動)	準備物・ 資料等
導入 (10分)	<p>1. 前時までの復習をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 三角形の相似条件 ・ 平行線と線分の比の定理 1, 2 ・ 平行四辺形の性質 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;">木の棒を2等分する方法を考えよう。</div> <p>2. 木の棒を2等分する方法を考える。</p>	<p>○「前の学習内容を覚えていますか。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ それぞれ図を描き、定理は言葉のみでなく、図においてどこに対応しているのかを示す。 <p>○「この木の棒を半分にする方法を考えてみましょう。ただし、長さを直接測らない方法とします。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 展開1の証明に必然性を持たすために、木の棒を2等分する方法として平行線を活用した方法を紹介する。 ・ なぜ、平行線を利用することで2等分できるのかという疑問を生徒に持たせる。 	木の棒 (約1m)
展開1 (20分)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;">(平行線と線分の比に関する)証明を考えよう。</div> <p>3. 平行線と線分の比の性質の証明をする。(教科書 p 106)</p>  <p>・ $AB : BC = A'B' : B'C'$ を証明する方法を考える。 → 2通りの方法を考える</p>	<p>○「2つの直線が3つの平行な直線に図のように交わっているとき、$AB : BC = A'B' : B'C'$ の証明をしてみよう。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ これまで学習した定理を振り返り、それが活用できるかどうか判断させる。 ・ 定理が活用できる図形にするにはどうすれば良いか考えさせる。 <p>■ 三角形の1辺に平行な直線をひくとできる線分の比について関心を持ち、それらの比について調べようとしたか。</p> <p>○「2通りの方法を考えさせて、それぞれ証明しよう。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 2通りとは、直線 AC' を引く方法と A を通る $A'C'$ に平行な直線を引く方法である。 	

	<ul style="list-style-type: none"> 問題場面で定理を活用する。 	<p>■ 三角形の相似をもとにして、三角形の比についての定理を見出すことができたか。</p> <p>○ 証明した内容を振り返り、問題を解決させる。</p>	
展開2 (15分)	<p>4. $a:b = a':b'$ から $a:a' = b:b'$ を導く方法を考える。</p>  <p>5. 練習問題をやる。(教科書 P107 の問 4, 問 5)</p> <ul style="list-style-type: none"> 問題場面で定理を活用する。 	<p>○ 「$a:b = a':b'$ から $a:a' = b:b'$ を導いてみよう。」</p> <ul style="list-style-type: none"> 式変形は教科書 p 107 参照。 導いた定理がどのようなものであるかを図形と対応させて押さえる。 <p>○ 「練習問題を解いてみましょう。」</p> <ul style="list-style-type: none"> 練習問題の解説をする。(教科書 P107 の問 4, 問 5) <p>■ 三角形と比の定理 1, 2, 2' を使い分け、線分の長さを求めることができたか。</p>	
まとめ (5分)	<p>6. 本時の内容を復習する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> 2つの直線が3つの平行な直線に図のように交わっているとき、 $AB : BC = A'B' : B'C'$ がなりたつ。 図のようなとき、$a:b = a':b'$ ならば $a:a' = b:b'$ である。 </div> <p>7. 木の棒の二等分の方法が正しいことを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 次時の予告を聞く。 	<p>○ 本時のまとめをする。</p> <p>■ 三角形と比の定理の内容を正しく説明できる程度に理解しているか。</p> <p>○ 最初に考えた、木の棒の2等分の方法が正しいかを確認させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 次時の予告をする。 	木の棒

(4) 評価(の観点と方法)

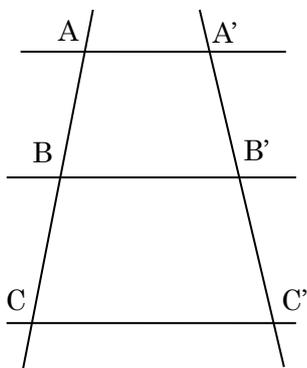
- 三角形の1辺に平行な直線をひくときにできる線分の比について関心を持ち、それらを調べようとしたか。
- 三角形の相似をもとにして、三角形と線分の比についての定理を見出すことができたか。
- 三角形と比の定理①,②,②'を使い分け、線分の長さを求めることができたか。
- 三角形と比の定理の内容を正しく説明できる程度に理解しているか。

(5) 板書計画

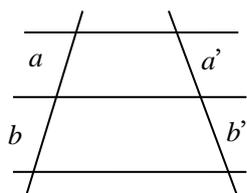
木の棒を2等分する方法を考えよう。

証明を考えよう。

p.106



p.107



2つの直線が3つの平行な直線に
図のように交わっているとき、
 $AB:BC=A'B':B'C'$ が成り立つ。

・図のようなとき、 $a:b=a':b'$
ならば、 $a:a'=b:b'$ である。