

第3学年数学科学習指導案

指導者(所属)○○ ○○
(指導担当教員 ○○ ○○)

1. 日時 ○○年○月○日(○曜) 第○校時(○○:○○～○○:○○)

2. 学年・組 第3学年○組 計○名

3. 場所 第3学年○組 教室

4. 単元名(または, 題材名) 第1章 関数

5. 単元(または, 題材)の目標

(知識及び技能)

分数関数, 無理関数の定義について理解し, 関数を適切に変形して, そのグラフをかくことができる。

分数関数, 無理関数のグラフと直線の共有点の座標が求められる。

分数不等式, 無理不等式を解くことができる。

逆関数の定義を理解し, 種々の関数の逆関数を求められる。

合成関数の定義を理解し, 種々の関数の合成関数を求められる。

(思考力, 判断力, 表現力等)

分数関数, 無理関数のグラフと直線の共有点の座標を, 連立方程式の実数解に読み替えて考察できる。

分数不等式の解を, 分数関数のグラフと直線の上下関係に読み替えて考察できる。

無理不等式の解を, 無理関数のグラフと直線の上下関係に読み替えて考察できる。

(学びに向かう力, 人間性等)

関数のグラフの特徴や性質をとらえることで, 新たな概念について関心をもち, 関数を使うことのよさを実感し, 数学を生活や学習に生かそうとする態度, 問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度, 多様な考えを認め, よりよく問題解決しようとする態度を身に付ける。

6. 単元(または, 題材)について

①教材観

これまでに, 数学Ⅰにおいて, 2次関数の特徴をグラフによって理解し, それをもとに関数の最大・最小を求めたり, 方程式・不等式を解くことをねらいとしている。また, 数学Ⅱにおいて, 三角関数, 指数関数, 対数関数についても, グラフの特徴をつかみ, 上記と同じような流れになっている。

本単元においては, 今までに扱われてこなかった, 分数関数・無理関数の学習がある。性質とグラフの特徴を学ぶ。このとき, 2次関数のときに学んだグラフの平行移動の考え方を利用する。また, 方程式・不等式を解くことに応用される。さらに, 微分・積分の計算で必要になる, 逆関数や合成関数の求め方についても学習する。

②生徒観

分数関数, 無理関数に関して, 基本的なグラフを描くことができる生徒は多くいる。しかし, 方程式・不等式を解くときに, 計算のみに頼り, グラフの位置関係を考えずに, 存在しない解も答えとして導いてしまう生徒もいる。

また, 逆関数と合成関数は, 簡単な関数のものは理解できても, 複雑な関数になると, 生徒によっては理解しづらい関数である。

③指導観

分数関数と無理関数に関心をもたせ、その性質をグループで調べグラフを描かせる。そのときに、定義域と値域の関係や漸近線についても意識させ、グラフ作成ソフトを利用し、視覚的にとらえさせる。

逆関数、合成関数の概念を関数の考察に活用できるようにさせるために、逆関数については元の関数の、定義域と値域の関係を理解させる。合成関数については、基本的な関数の合成を理解させてから、複雑な関数についてグループで話し合わせ、理解を深めさせる。

7. 単元（または、題材）の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
簡単な分数関数と無理関数の値の変化やグラフの特徴について理解することができる。 合成関数や逆関数の意味を理解し、簡単な場合についてそれらを求めることができる。	既に学習した関数の性質と関連付けて、簡単な分数関数と無理関数のグラフの特徴を多面的に考察することができる。	問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

8. 指導と評価の計画（全時間8）

小単元等	授業時数	
分数関数	2時間（本時2 / 2）	9時間
無理関数	2時間	
逆関数と合成関数	2時間	
問題	1時間	
演習問題	1時間	
課題学習	1時間	

時間	学習活動	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
1	分数関数の定義を学び、分数関数のグラフを描く。	分数関数のグラフを描くことができる。	分数関数の定義域・値域を求めることができる。	
2	分数関数のグラフと直線の共有点を求める。 分数不等式を解く。	共有点を求めることができる。 不等式を解くことができる。	分数関数のグラフと直線の共有点の座標を、連立方程式の実数解に読み替えて考察することができる。	分数不等式を解くときに、積極的に関数のグラフを活用しようとする。
3	無理関数の定義を学び、無理関数のグラフを描く。	無理関数のグラフを描くことができる。	無理関数のグラフを放物線の一部と理解する。	
4	無理関数のグラフと直線の共有点を求める。 無理不等式を解く。	共有点を求めることができる。 不等式を解くことができる。	無理関数のグラフと直線の共有点の座標を、連立方程式の実数解に読み替えて考察することができる。	無理不等式を解くときに、積極的に関数のグラフを活用しようとする。

5	逆関数の定義を学び、様々な関数の逆関数を求める。	逆関数の定義を理解し、様々な関数の逆関数を求めることができる。	逆関数の定義域・値域や性質を求めることができる。	逆関数の考え方に興味、関心を示す。
6	逆関数の性質を考える。合成関数の定義とその求め方を学ぶ。	合成関数の考え方を使得って色々な関数を求めることができる。		合成関数の考え方に興味、関心を示す。
7	問題	ここまでの学習から適切な考え方を使得って問題の解答を求めることができる。		積極的に問題を解こうとしている。
8	演習問題	より高度な問題を学習した知識を利用して問題の解答を求めることができる。		積極的に問題を解こうとしている。
9	課題学習			学んだ知識を、積極的に活用しようとしている。

9. 本時の学習

①本時の目標

分数関数のグラフと直線の共有点を求めることができる。分数方程式・不等式を計算のみで解くのではなく、視覚的にグラフを利用することで、解の間違いを防ぐことができると理解する。

②本時について

教材観

分数関数の性質とグラフの特徴を利用して、方程式・不等式を解くことをねらいとしている。また、グラフ利用以外の解答方法についても学習する。

生徒観

多くの生徒は与えられた方程式の計算はできる。しかし、方程式と関数がバラバラの知識となり、結びついていない生徒も多い。

指導観

計算のみで共有点を求めさせるのではなく、その解が正しいということをグラフを用いて、視覚的にとらえさせる。特に、グラフを用いることで不等式の解が正しいということが一目で分かるということを理解させる。また、グラフ利用以外の解法も紹介する。

③本時の展開

○主なる指示・発問

区分	学習活動と内容 (予想される生徒の反応)	指導上の留意点・支援 (教師の活動)	評価基準 評価の観点・方法
導入 (10分)	1. 前時の復習 ・関数 $y = \frac{2}{x-1}$ のグラフを描かせ、 復習をする。	○生徒1名を指名し、グラフを板書させる。 ○生徒の板書を元に既習事項の復習をし、本時の学習内容との関連を知らせる。	・観点1 既習事項を使ってグラフが描ける。

<p>展開① (17分)</p>	<p>2. 本時の課題の理解①</p> <ul style="list-style-type: none"> ・本時の課題を知る。 <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>例題2</p> <p>(1) 関数 $y = \frac{2}{x-1}$ のグラフと直線 $y = x$ の共有点の座標を求めよ。</p> <p>(2) 関数 $y = \frac{2}{x-1}$ のグラフを利用して、$\frac{2}{x-1} > x$ を解け。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・共有点は $(-1, 1), (2, 2)$ です。 ・解は、$x < -1, 1 < x < 2$ です。 	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の課題を提示する。 <ul style="list-style-type: none"> ○先ほど描いたグラフに $y = x$ のグラフを追加させる。 ○共有点の座標を求めさせる。 ・共有点の座標を教えてください。 ○グラフをみて不等式の解を求めさせる。 ・不等式の解を教えてください。 ○グラフ利用以外の解答方法を説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・観点2 分数関数のグラフと直線の共有点の座標を、連立方程式の実数解に読み替えて考察することができる。 ・観点3 分数不等式を解くときに、積極的に関数のグラフを活用しようとする。
<p>展開② (20分)</p>	<p>3. 本時の課題の理解②</p> <ul style="list-style-type: none"> ・練習問題に取り組む。 <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>練習4 次の2つの関数のグラフの共有点の座標を求めよ。</p> <p>(1) $y = \frac{2x}{x-1}, y = 2x$ (2) $y = \frac{4x+1}{2x+3}, y = 2x - 1$</p> <p>練習5 次の方程式、不等式を解け。</p> <p>(1) $\frac{3x}{x+2} = -x + 2$ (2) $\frac{3x}{x+2} < -x + 2$</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・練習問題に取り組ませる。 	
<p>まとめ (3分)</p>	<p>4. 本日のまとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> ・次時の連絡をきく。 	<ul style="list-style-type: none"> ・視覚的に解をとらえることの大切さをとらえさせる。 ・次時の連絡をする。 	

④ 本時の評価の観点と方法

	観点1	観点2	観点3
「十分満足できる」と判断される状況	y軸との交点, 漸近線, 第1象限の任意の点を記入している。	グラフ内に共有点を記入している。	計算のみの解答ではなく, グラフを利用している。
「おおむね満足できる」状況を実現できるための具体的な指導	分数関数の基本のグラフを考えさせ, 平行移動させる。	グラフ内で, 連立方程式の解は何を表しているかを考えさせる。	分数関数のグラフをかかせる。
支援が必要と判断される生徒への手立て	通らない点を考えさせる。	両辺に(x-1)を掛けてさせて, 2次方程式を解いたらいいことに気づかせる。	不等式の記号「>」は, 座標平面上にかかれたグラフのどこの領域をさしているかを考えさせる。

④ 板書計画

具体的な1時間の板書計画を示す。もしくは別紙参照とする。

P111 分数関数のグラフと直線の共有点
例題2

(1) 関数 $y = \frac{2}{x-1}$ のグラフと $y=x$ の共有点の座標を求めよ。
(2) 関数 $y = \frac{2}{x-1}$ のグラフを利用して, $\frac{2}{x-1} > x$ を解け。

(1) $\frac{2}{x-1} = x \quad (x \neq 1)$
 $2 = x(x-1) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$
 $(x-2)(x+1) = 0 \therefore x = -1, 2$
 $y = x$ に代入して
 $x = -1$ のとき $y = -1$
 $x = 2$ のとき $y = 2$
 したがって 共有点は $(-1, -1), (2, 2)$

グラフは(1)終了後に板書する。

(2) $y = \frac{2}{x-1}, y = x$ とすると
不等式より, グラフの赤部分になるから,
 $x < -1, 1 < x < 2$

1枚目

練4(1)

$\frac{2x}{x-1} = 2x \quad (x \neq 1)$ より
 $2x = 2x(x-1) \Leftrightarrow x = x^2 - x$
 $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$
 $\therefore x = 0, 2$

共有点は $(0, 0), (2, 4)$

(2)

$\frac{4x+1}{2x+3} = 2x-1$ より
 $4x+1 = (2x-1)(2x+3)$
 $4x+1 = 4x^2 + 4x - 3$
 $\Leftrightarrow 4x^2 = 4 \therefore x = \pm 1$

共有点は $(-1, -3), (1, 1)$

練5(1), (2)

(1) $3x = (x+2)(x+2)$
 $3x = x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x+4)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -4, 1$

(2) $y = \frac{3(x+2)-6}{x+2} = -\frac{6}{x+2} + 3$

グラフより
 $x < -4, -2 < x < 1$

2枚目

⑤資料等

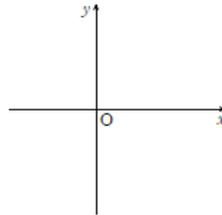
・授業プリント(別紙参照としてもよい)

P11 D 分数関数のグラフと直線の共有点

例題2 四四四

- (1) 関数 $y = \frac{2}{x-1}$ のグラフと直線 $y = x$ の共有点の座標を求めよ。
(2) 関数 $y = \frac{2}{x-1}$ のグラフを利用して、 $\frac{2}{x-1} > x$ を解け。

↓



練習4 次の2つの関数のグラフの共有点の座標を求めよ。四四四

- (1) $y = \frac{2x}{x-1}$, $y = 2x$

(2) $y = \frac{4x+1}{2x+3}$, $y = 2x-1$

練習5 次の方程式、不等式を解け。四四四

- (1) $\frac{3x}{x+2} = -x+2$ (2) $\frac{3x}{x+2} < -x+2$

⑥準備物

- ・数学III教科書
- ・iPad