

教科研究開発高度化系
教科学習探究コース 数理自然・技術プログラム
専門科目：プログラム別問題（教科：数学）

1 （配点 30 点：(1) 20 点, (2) 10 点）解答例

(1) $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ を連立 1 次方程式とみなして、掃き出し法で解く。以下で ① は、直前の行列の第 i 行を表す。

$$\begin{array}{cccc}
 2 & 7 & -16 & 13 \\
 3 & 16 & -35 & 25 \\
 1 & 5 & -11 & 8 \\
 \hline
 1 & 5 & -11 & 8 \\
 3 & 16 & -35 & 25 & \text{①と③の入れ替え} \\
 2 & 7 & -16 & 13 \\
 \hline
 1 & 5 & -11 & 8 \\
 0 & 1 & -2 & 1 & \text{②} + \text{①} \times (-3) \\
 0 & -3 & 6 & -3 & \text{③} + \text{①} \times (-2) \\
 \hline
 1 & 0 & -1 & 3 & \text{①} + \text{②} \times (-5) \\
 0 & 1 & -2 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \text{③} + \text{②} \times 3
 \end{array}$$

よって、次の連立 1 次方程式を解けばよい。

$$\begin{cases} x_1 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

c_1, c_2 を任意定数として $x_3 = c_1, x_4 = c_2$ とおくと、

$$x_1 = c_1 - 3c_2, \quad x_2 = 2c_1 - c_2$$

であるから、 $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ の解は

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 - 3c_2 \\ 2c_1 - c_2 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (c_1, c_2 \in \mathbb{R})$$

と表せる。ここで

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

とおくと、 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ は 1 次独立である。また、

$$V = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid A\mathbf{x} = \mathbf{0}\} = \{c_1\mathbf{a}_1 + c_2\mathbf{a}_2 \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$$

であるから、 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ は V を生成している。よって、 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ は V の 1 組の基底であり、 V の次元は 2 である。

(2)

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

とにおいて、行列 $B = (\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2)$ を考えると、 $\text{rank}(B) = 4$ である。よって、 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ は 1 次独立である。 $\mathbb{R}^4$ の次元は 4 より、 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ は $\mathbb{R}^4$ の 1 組の基底である。

2 (配点 30 点：(1) 10 点, (2) 15 点, (3) 5 点) 解答例

(1) 部分積分より、 $I(a)$ は

$$\begin{aligned} I(a) &= -2 \int_a^1 x' \cdot \log x dx \\ &= -2 \left(-a \log a - \int_a^1 x \cdot \frac{1}{x} dx \right) \\ &= -2(-a \log a - (1 - a)) = 2a \log a + 2(1 - a) \end{aligned}$$

となる。したがって、 $I(a) = 2a \log a + 2(1 - a)$ である。

(2)

$$-x \log x = \frac{-\log x}{\frac{1}{x}}$$

と書くことができる。このとき、 $f(x) = -\log x$, $g(x) = \frac{1}{x}$ とおくと、 $x > 0$ に対して $f(x)$ および $g(x)$ は微分可能かつ $g'(x) = -\frac{1}{x^2} \neq 0$ で、 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} g(x) = \infty$ である。ここで、

$$\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{-\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = x$$

より、 $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 0$ である。よって、ロピタルの定理より、

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 0$$

となる。したがって、 $\lim_{x \rightarrow +0} (-x \log x) = 0$ である。

(3) (2) より、 $\lim_{a \rightarrow +0} (a \log a) = 0$ なので、

$$\lim_{a \rightarrow +0} I(a) = \lim_{a \rightarrow +0} (2a \log a + 2(1 - a)) = 2$$

である。これより、 $\int_0^1 (-2 \log x) dx = 2$ である。

3 (配点 40 点) 出題の意図

1) 定積分と不定積分の関連性と相違の理解, 2) 定積分の区間の正確な意味理解, 3) 計算式を用いて面積を求める技能, について正しく記述ができているかを判断する。

教科研究開発高度化系
教科学習探究コース 数理自然・技術プログラム
専門科目：プログラム別問題（教科：理科）

【出題の意図】

問1（配点25点）

風化の基本作用について2つ以上の例を挙げ、それぞれがどのように進行するかを論理的に説明することが出来ているか、また、風化作用を理解しているかを確認することを意図とした。

問2（配点25点）

肉食動物と草食動物の生態の違いと、その違いに対応して、それぞれの動物に進化している骨格的特徴についての理解を問うた。

問3（配点25点）

化学の基本事項である反応熱の具体的事例の知識を問うと共に、化学変化をエネルギー（熱）の視点から捉える基本的知識について問うた。これらにより、物質とエネルギーについての基本的知識の有無、理解力、表現力等をみる。

問4（配点25点）

日常的な落下運動に物理学的視点を持ち、空気抵抗の下で物体に作用する力を正しく認識し、現実的な運動を理解しているかを問うた。

令和8年度 大学院連合教職実践研究科入学者選抜（7月選抜）

教科研究開発高度化系
教科学習探究コース 数理自然・技術プログラム
専門科目：プログラム別問題（教科：技術）

【出題の意図】

問1（配点50点）

近年、授業における ICT（情報通信技術）の活用が注目されている。特に、GIGA スクール構想による一人一台端末の整備や、オンライン学習の普及により、その動きは加速している。ICT 活用は、学習意欲の向上や学習効果の向上、効率的な学習、そして教師の指導力向上に繋がることが期待されており、技術科の授業における ICT の効果的な活用について、実際にどのような活用が求められるか、その理解、及び考え方の記述から、入学および入学後の学習に関する適性を判断する。

問2（配点50点）

生徒の学習状況をより多角的に評価するため、「知識・技能」「思考・判断・表現」「主体的に学習に取り組む態度」の3観点での評価が重視されている。また、単に知識・技能の習得度を測るだけでなく、知識や技能を活用して課題を解決するために必要な力、および学習への意欲や深い学びに向かう姿勢も評価の対象となる。技術科の製作・制作・育成において、実際にどのような評価が求められるか、その理解、及び考え方の記述から、入学および入学後の学習に関する適性を判断する。