令和７年度

入学者選抜学力検査問題

数　　　　学

〔注　　意〕

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙のすべてのページに受験番号と志望の専攻を必ず記入しなさい。
3. この冊子の問題は，５ページからなっています。落丁・乱丁及び印刷不鮮明な箇所等があれば，すぐ申し出なさい。
4. **解答は必ず別紙解答用紙の指定された場所に記入しなさい。裏面も使用してもかまいません。**
5. **問題 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ を解答しなさい。**
6. **問題 $\boxed{5A}$ または $\boxed{5B}$ のどちらかを選択し解答しなさい。**
   ただし，数学領域専攻の志願者は $\boxed{5B}$ を解答しなさい。
7. **値を求める過程や，結論に至る過程も解答に記述しなさい。**
8. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
9. この冊子は持ち帰ってください。
10. 次ページは白紙です。

1　Ａチーム４人とＢチーム４人について，次のような並び方の総数を求めよ。

⑴　横一列に並び，Ｂチームのちょうど３人が隣り合う。

⑵　円形に並び，Ａチームのメンバーは隣り合わない。

2 r は定数で，$r \neq 0$，$r \neq 1$ とする。数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ が

$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = ra_n$$
$$b_1 = 1,\ b_{n+1} = rb_n + a_n$$

を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) b_2，b_3，b_4 の値を求めよ。また，$\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}(b_k - a_k)$ とおく。$S_n - rS_n$ を求めよ。

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ を求めよ。

3 $\triangle$ABC が AB $= 2$，BC $= 1$，CA $= \sqrt{3}$ を満たすとする。辺 AB の中点を D とし，$\angle$BAC の二等分線と辺 BC の交点を E とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 線分 BE の長さを求めよ。

(2) 直線 AE と CD の交点を P とする。線分 CP の長さを求めよ。

(3) 直線 BP と辺 AC の交点を F とする。$\triangle$APF の面積を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

(1) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+c^3$ を因数分解せよ。

(2) $a^3+b^3+c^3-3abc$ を因数分解せよ。

(3) x, y, z が正の実数であるとき，不等式 $x+y+z \geqq 3\sqrt[3]{xyz}$ を証明せよ。

$\boxed{5\ \mathrm{A}}$ または $\boxed{5\ \mathrm{B}}$ のどちらかを選択し解答すること。ただし，数学領域専攻の志願者は，$\boxed{5\ \mathrm{B}}$ を解答すること。

$\boxed{5\ \mathrm{A}}$ 放物線 $y = 1 - x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(s,\ 1-s^2)$ における接線を l，点 $\mathrm{Q}(t,\ 1-t^2)$ における接線を m とおく。ただし，$-1 \leqq s < t$ とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) l と m の方程式をそれぞれ求めよ。

(2) l と m の交点 R の座標を求めよ。

(3) $\triangle\mathrm{PQR}$ の面積 S を s，t を用いて表せ。

(4) l と m が直交するように s と t の値が動くとき，S の最小値およびそのときの s と t の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{5\ \mathrm{B}}$ 関数 $u(x) = \dfrac{2}{1+e^{-2x}}$ と $f(x) = x - 2 - 2\log\dfrac{x}{2}$ について，以下の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ に対して，不等式 $f(x) \geqq 0$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $g(x) = f(u(x))$ とおく。関数 $u(x)$ と $g(x)$ の導関数をそれぞれ求めよ。

(3) 数列 $\{I_n\}$ を $I_n = \displaystyle\int_0^n \left(\frac{2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)^2 dx$ と定める。このとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} I_n$ を求めよ。

以　上