１．実施状況

①人数，活動日

本年度の数学クラブは顧問２名，部員 12 名で構成されている。(昨年度は顧問３名，部員 12 名）

また，毎週月曜日，水曜日の放課後に活動してきた。(昨年度は毎週木曜日）

さらに，夏休みに４時間×４日間の集中強化勉強会を実施した。(昨年度と同じ）

②活動内容

数学クラブではより高度な数学的能力(直観的発想能力，論理的説明能力，表現力等)の開発を目指すために，直観力・論理展開力を必要とする数学オリンピックの問題に取り組ませた。

具体的には，４月以来９ヶ月間，2005 年数学オリンピック予選問題 12 問を考え続けてきた。その結果，クラブ全体としては第１問から第９問までの解を考え出すことができた（全 12 問の 75%)。またそれらの中には独創性あふれる解もあった。たとえば第３問，第４問，第９問。(それらは本校 HP にて発表した。）また京都府数学オリンピック解説会（2005.11.5 於府立洛北高校，府高校数学研究会主催）にて，本校クラブ員が上記問題３の解を別解として挙手発表したところ，司会の先生から「これが一番わかりやすい解だ」との評価をもいただいた。

また，10 月 27 日に数学オリンピック予選問題解答発表会を開いた。これは，苦労して創り出した解を数学クラブ以外の生徒に聞いてもらうという目的(生徒向けの説明で，教員は説明を経験することに意味があると考えた)で開いたミニ集会である。全校に案内チラシを配って参加を呼びかけた。数学クラブ員全員が，自分が解いて印象に残った問題を一問ずつ選んで，黒板を用いて解説した。

２月９日には，１年生全員を対象に LHR の時間を使って SSH クラブの活動を報告する機会を得た。数学クラブに割り当てられた時間は，15 分のみであったので，積極的な２名が発表した。発表には Power Point で行った。分かり易い解答説明の為に，解説手順の検討を行い，たくさんの画像を制作した。プレゼンテーションを作るのに極めて積極的であったのは，発表したい内容があったことによる。

さらに，「数学オリンピックに参加し，より高次の成績を収めるように指導」(注) した。その結果８名が 2006 年数学オリンピック予選に参加した。(昨年は９名）

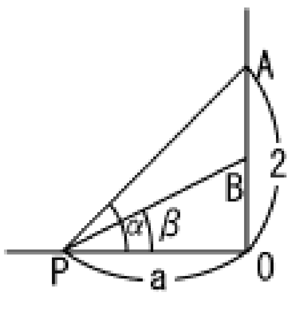
③活動の様子（実際に生徒が行った解答から）

［2005 年数学オリンピック国内予選問題３］

問題文

$OA=2, OP=a, \angle AOP=90^\circ$ なる直角三角形 $AOP$ の辺 $OA$ の中点を $B$ とする。このとき $\angle APB$ を最大にするような $a$ の値を求めよ。

解答Ⅰ




左図の様に $\angle APO=\alpha$ , $\angle BPO=\beta$ とおく。更に，

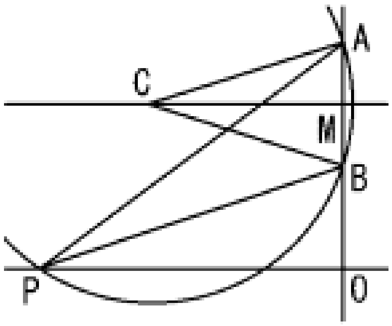
$\angle APB=\gamma$ とする。加法定理により，

$a>0$ なので $a+\dfrac{2}{a}\geq 2\sqrt{2}$ …①

$$\tan\gamma=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{2}{a}-\frac{1}{a}}{1+\frac{2}{a}\cdot\frac{1}{a}}=\frac{1}{a+\frac{2}{a}}$$

よって $0<\tan\gamma\leq\dfrac{\sqrt{2}}{4}$． $0<\gamma<\dfrac{\pi}{2}$ だから $\tan\gamma$ は単調に増加するので①で等号が成り立つとき，つまり， $a=\sqrt{2}$ のとき最大となる。

解答Ⅱ




$\Delta APB$ の外接円 $C$ を描く。円の中心 $C$ は線分 $AB$ の垂直２等分線 $CM$ 上にある。 $\angle ACB = 2\angle APB$ より， $\angle ACB$ が最大のとき $\angle APB$ も最大になる。外接円の中心 $C$ が直線 $AB$ に近い程 $\angle ACB$ は大きくなる。外接円の中心 $C$ が直線 $AB$ に近いということは，円 $C$ の半径が小さいということである。円 $C$ の半径が最小となるのは，円 $C$ が直線 $OP$ に接するときである。このとき, 円の半径を $r$ とすると $r = MO = 1.5 = CB$。三角形 $CMB$ は直角三角形であるので

$$a^2 = CM^2 = BC^2 + MB^2 = 1.5^2 - 0.5^2 = 2 \quad \therefore a = \sqrt{2}$$

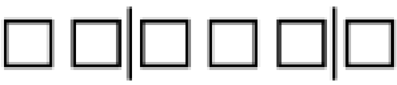
教員は，この問題を，三角関数の加法定理を使って解くものと考えていて，１年生には無理だと言っていたのであるが，解けたといわれて驚いた。解法Ⅰは，三角関数の分野で，数学Ⅱの問題集の解答に出てくるものである。解法Ⅱが，本校生徒が考えた中学生でも理解できると思われる解答である。
SSH のクラスで，授業の中でもとりあげたのでそちらの項も参照してほしい。

［2005 年数学オリンピック国内予選問題４］

問題文

１から６の目が等確率で出るさいころを６回振る。何回目かまでに出た目の総和がちょうど６になることがあるような確率を求めよ。

解答



左図の様に，６個の正方形を並べたものに何本かの区切りを入れる。そして，左図の場合であれば，２，３，１の順にさいころの目が出たことだと考える。すると

区切りの数を $k\ (0 \le k \le 5)$ とすれば，区切りの入れ方は， ${}_5C_k$ となる。さいころを $k+1$ 回振ることになるので，確率は， ${}_5C_k \times \left(\frac{1}{6}\right)^{k+1}$ になる。 $k$ が０のときから５のときまで加えればよいので，

$${}_5C_0\frac{1}{6} + {}_5C_1\left(\frac{1}{6}\right)^2 + {}_5C_2\left(\frac{1}{6}\right)^3 + {}_5C_3\left(\frac{1}{6}\right)^4 + {}_5C_4\left(\frac{1}{6}\right)^5 + {}_5C_5\left(\frac{1}{6}\right)^6 = \frac{16807}{46656}$$

確率の問題ではよくあることだが，この問題も，題意をつかめない生徒が多かった。題意が分かればたいていの生徒は解くことができた。ここで紹介した解答は，他の生徒諸君の解答とは，一味違った解答であった。他の生徒の解答では，例えば，４回で６になるときでは，４回の目が,（1,1,1,3）と（1,1,2,2）の２種類があると考え，それぞれの並び方を数えるものであった。それを，一纏めにして考えたのは，よかったと思う。
指導者としては，２項定理を使ってさらに上の式を

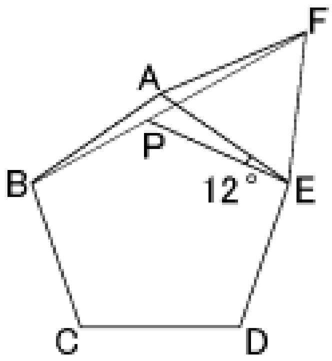
$\left(1+\frac{1}{6}\right)^5 \times \frac{1}{6}$ として欲しかったので,「実は，この結果は $\frac{7^5}{6^6}$ となっているんだけど何故なのか説明を考えてみないか。」と誘ったがやる気になってくれなかった。で，上の問題と同様に，SSH のクラスで，課題として出した。「数学クラブでこんなのが出たんだけど。」と言うと結構対抗意識を持ってやってくれる。

［2005 年数学オリンピック国内予選問題９］

問題文

正五角形 $ABCDE$ の内部に $\angle ABP = 6°$ , $\angle AEP = 12°$ となるように点 $P$ をとるとき $\angle PAC$ の大きさを

求めよ
解答
左図のように正五角形の外部に，辺 $AE$ を１辺とする正三角形 $AEF$ を作る。このとき，$\angle BAE = 108°$ なので，$\angle BAF = 168°$ である。三角形ＡＢＦはＡＢ＝ＡＦの二等辺三角形であるので，$\angle ABF = \angle AFB = 6°$ である。よって，点Ｐは $BF$ 上にある。$\angle AEP = 12°$ となるように点Ｐを辺ＢＦ上に取れば，図のようになる。このとき，$\angle PAC$ を求めればよい。




$\angle PEF = 60° + 12° = 72°$, $\angle EFP = 60° - 6° = 54°$

$\angle EPE = 180° - 72° - 54° = 54°$．　よって，$\Delta EFP$ は二等辺三角形

$\therefore EF = EP$．　$\Delta EFA$ は正三角形なので $EF = EA$．よって $EA = EP$．

$\angle EAP = (180° - 12°) \div 2 = 84°$　．　$\angle BAP = 108° - 84° = 24°$　．

$\angle BAC = (180° - 108°) \div 2 = 36°$．

$\angle PAC = \angle BAC - \angle BAP = 36° - 24° = 12°$．

一人の生徒が，２学期の始業式に，「夏休み中ずっと考えていて，やっと考え付いた。」と報告に来た。ほかの部員がみな解けないものであったので驚いた。五角形の外部に正三角形を書き加えるという発想を新鮮に感じた。そこで「このようなことは思いつきにくいのではないか。」と他の生徒に聞くと，『中学校時代に，「角度の問題で分からないときは，正三角形や，二等辺三角形を描いてみるとよい。」と教えられていた。』とのことであった。

２．評価

数学クラブは，より高度な数学的能力(直観的発想能力，論理的説明能力，表現力等)の開発を目指すため，生徒が考える問題と考える場を提供してきた。生徒は楽しみながらじっくり問題に取り組むことができるようになり，時々ユニークな解答を出せるようになってきた。

その結果，数学オリンピック予選参加者８名中５名が準合格であった（昨年度は参加者９名中５名)。準合格の人数は同じであったが，参加者に占める準合格者の割合は，少しではあるが向上した。

また，自分が考えた解答を様々な場や方法で発表することにより，プレゼンテーション能力を高めさせることが出来た。